Décomposition d'images fondée sur l'analyse de la régularité locale : application au codage hybride d'image

Fernando MERCHAN, Flavius TURCU, Mohamed NAJIM

IMS- Groupe Signal - UMR 5218 CNRS, Université de Bordeaux / ENSEIRB 351, cours de la Libération, 33405 Talence Cedex
fernando.merchan@laps.ims-bordeaux.fr, flavius.turcu@laps.ims-bordeaux.fr

Résumé – La représentation hybride d'image utilise conjointement la décomposition en ondelettes pour l'information structurée et la modélisation paramétrique pour les textures. Dans ce cadre, nous proposons un algorithme qui décompose une image dans ses composantes texturées et non texturées. L'algorithme est fondée sur la régularité locale et il effectue la décomposition dans le domaine des ondelettes. Nous introduisons l'utilisation des modèles issus de la décomposition de Wold pour la modélisation de textures dans la représentation hybrides. Les résultats montrent la pertinence de la régularité locale comme outil de détection de textures et la efficacité des modèles de Wold pour la représentation de textures dans les images naturels.

Abstract – Hybrid image representation combines wavelet transforms for the structural information and parametric modelling for textures. In this framework, our contribution is twofold. First, we propose an algorithm that decomposes the image into a textured component and a non-textured component. The algorithm is based on local regularity and is performed in the wavelet domain. Second, we introduce the use of Wold models for texture modelling in hybrid representations. Results show the relevance of the local regularity for texture detection and the effectiveness of Wold models for texture representation in natural images.

1 Introduction

Les algorithmes de compression d'image sont fondés sur la parcimonie de la représentation d'une image dans le domaine de la transformée utilisée. Ainsi, le codage fondé sur la transformée en ondelette (TO) représente efficacement les régions régulières et les points singuliers isolés. Cependant, les régions d'une image qui présentent un aspect irrégulier, c.-à-d., avec de nombreuses variations spatiales abruptes, comme c'est le cas des textures, ont des représentations moins parcimonieuses dans le domaine de la TO . Par ailleurs, différents travaux ont montré que les images texturées pouvaient être caractérisées efficacement par des représentations paramétriques telles que celles proposées par la décomposition de Wold [3]. Dans le cadre de cette décomposition, une image texturée se décompose en deux composantes orthogonales : le champ détermiste et le champ stochastique. D'un point de vue général, l'utilisation d'un modèle adapté aux propriétés de chacun des champs permet de caractériser l'image avec un nombre réduit de paramètres.

La stratégie utilisée dans cet article vise à tirer profit des qualités de la représentation fondée sur la transformée en ondelette pour l'information structurée de l'image (partie cartoon) et les modèles liés à la décomposition de Wold pour sa composante texturée. Dans un telle approche, les textures synthétisées sont visuellement très similaires à celles d'origine, bien qu'elles peuvent différer numériquement.

Dans la littérature, d'autres travaux proposent des schémas de codage hybride d'images utilisant pour la représentation de textures :

- La modélisation fondée sur la distribution marginale des coefficients d'ondelette [7] et,
- Le modèle autorégressif (AR) [8][2].

Dans cet article nous abordons plusieurs aspects du codage hybride d'images.

Nous présentons un approche pour la décomposition d'une image dans une composante texturée et une composante non-texturée. La détection de la composante texturée est fondée sur la régularité locale et s'effectue dans le domaine des ondelettes. La régularité locale est utilisée comme un outil pour la détection de coefficients d'ondelettes associées aux textures d'aspect stochastique ainsi que celles à aspect périodique. Nous proposons aussi, un algorithme qui effectue la segmentation de la composante texturée en plusieurs régions stationnaires qui seront ensuite modélisées.

Nous introduisons également l'utilisation des modèles issus de la décomposition de Wold dans le contexte de représentation hybride. La représentation hybride résultante est exploitée dans un schéma de compression qui comportera :

1. Un codage fondée sur les ondelettes pour la composante non texturée et,

2. Une modélisation de type Wold pour la composante texturé à l'aide de

- Modèles AR : pour les composantes aléatoires, et,
- Modèles sinusoïdal : pour composantes périodiques.

L'article est organisé comme suit. La régularité locale et son estimation sont abordé dans la section 2. Dans la section 3, l'approche de décomposition est présentée. La segmentation de la composante texturée est abordée dans la section 4. Le codage de composantes est adressé dans la section 5. Un exemple illustrant l'approche proposé est presenté dans la section 6.

2 Fondement théorique

2.1 Régularité locale

La régularité d'une image caractérise la rugosité visuelle de sa surface. La régularité locale peut être mesurée à partir des exposants de Lipschitz. Les exposant de Lipschitz sont liés à la classe de régularité d'une fonction en terme du nombre de ses derivées continues. Une fonction est ponctuellement lipschitzienne d'ordre α en x_0 s'il existe une constante A telle que pour le voisinage de x_0 et pour toute échelle s

$$|W_s f(x)| \leq A(s^\alpha + |x - x_0|^\alpha) \qquad (1)$$

où $|W_s f(x)|$ est la sous-bande de détails à l'échelle s de la transformée en ondelette de $f(x)$. Ainsi l'exposant ponctuelle de Lipschitz pour un point d'une fonction peut être estimé au moyen de l'évolution à travers les échelles du module de sa transformée d'ondelette [5][6]. L'equation (1) implique que

$$|W_s f(x)| \leq O(s^\alpha) \qquad (2)$$

à l'intérieur d'une cône $|x - x_0| \leq Ks$, où K est la support de l'ondelette mère. Ce cône est appelé "cône d'influence" (CdI) par Mallat et al. [5]. Si l'exposant de Lipschitz est positif, le module de la transformée en ondelette à l'intérieur du cône diminue quand l'échelle diminue. Au contraire, si le exposant de Lipschitz est négatif le module de la transformée en ondelette augmente quand l'échelle diminue.

Dans le paragraphe suivant nous présentons la relation qui lie le module de la transformée en ondelette d'une image et l'exposant de Lipschitz.

2.2 Mesure de la régularité locale en 2-D

La transformée en ondelette redondante pour une fonction f présentée dans [5][6] est définie par

$$\left\{S_{2^J} f, \left(W^1_{1\leq j\leq J} f\right), \left(W^2_{1\leq j\leq J} f\right)\right\}, \qquad (3)$$

où $S_{2^J} f$, $W^1_{1\leq j\leq J} f$ et $W^2_{1\leq j\leq J} f$ sont l'approximation et les sous bandes de détails horizontales et verticales respectivement aux échelles j.

On dénote le module et la phase de la transformée comme suit

$$M_{2^j} f(x,y) = \sqrt{\left|W^1_{2^j} f(x,y)\right|^2 + \left|W^2_{2^j} f(x,y)\right|^2} \qquad (4)$$

$$A_{2^j} f(x,y) = \arctan\left(\frac{W^1_{2^j} f(x,y)}{W^2_{2^j} f(x,y)}\right) \qquad (5)$$

et definent respectivement la magnitude et la direction du gradient en un point (x, y). En deux dimensions, la régularité de Lipschitz dépend de l'évolution de $\left|W^1_{2^j} f\right|$ et $\left|W^2_{2^j} f\right|$. L'évolution de ces composantes est bornée par l'évolution de $M_{2^j} f$ et s'exprime

$$|M_s f(x,y)| \leq Bs^\alpha \qquad (6)$$

pour une constante B.

Pour calculer la régularité au point (x, y), Hsung et al. proposent dans [4] d'estimer l'exposant de Lipschitz dans la direction du gradient. Ils proposent de calculer la Somme de Modules de la Transformée en Ondelette (SMTO) $N_s f(x, y)$ à l'interieur du CdI définie par cette direction.

On peut demontrer que la SMTO suit le comportement asymptotique du module de la transformée en ondelette $M_s f(x, y)$ comme suit

$$N_s f(x,y) \leq Cs^\alpha. \qquad (7)$$

Pour implémenter le calcul de la SMTO sur la CdI on requiert une interpolation linéaire car les coeficients de la transformé ne sont pas nécessairement placés sur la direction indiquée par $A_s f$.

Nous proposons de modifier le cône d'influence de sorte que celui-ci soit isotropique, ce qui entraine un nouveau calcul de la SMTO comme suit

$$N_s f(x,y) = \frac{1}{(Ks)^2} \int_{(u,v)\in CdI_s(x,y)} M_s f(u,v) dxdy \qquad (8)$$

où

$$CdI_j(x,y) = \{(u,v) : |(u-x)| \leq Ks/2, |(v-y)| \leq Ks/2\} \qquad (9)$$

La définition de $N_s f(x, y)$ utilisant la CdI isotropique peut être implémentée à l'aide de filtres de convolution ce qui réduit de manière significative le cout calculatoire par rapport à la version utilisant la CdI directionnelle. Les résultats des deux définitions fournissent des performances équivalentes.

Pour la détection de coefficients d'ondelette de la composante texturée il n'est pas nécessaire d'estimer directement la valeur du coefficient de Lipschitz α. Hsung propose d'utiliser le rapport inter-échelle de la SMTO en (x, y) à l'échelle $s = 2^j$ qui vérifie

$$\frac{N_{2^{j+1}} f(x,y)}{N_{2^j} f(x,y)} = 2^\alpha \qquad (10)$$

Ainsi, nous pouvons estimer le signe de α à travers les échelles à l'aide du rapport inter-échelle de la SMTO.

3 Approche de décomposition de composantes texturées et non-texturées

Notre approche de décomposition s'inspire de l'algorithme de débruitage proposé par Hsung. Ils sélectionnent les coefficients d'ondelettes $W^{1,2}_{2^j} f(x, y)$ pour reconstruire une image si le rapport inter-échelle de la SMTO, calculé en (x, y) à l'échelle $s = 2^j$, est supérieur à un ($\alpha \leq 0$).

Dans notre approche nous utilisons aussi le rapport inter-échelle de la SMTO pour assigner chacun de coefficients d'ondelette $W^{1,2}_{2^j} f(x, y)$ aux échelles $s = 2^j, j = 1, 2, 3$ à un de deux composantes. Nous affectons les coefficients avec $\alpha < 0$ à la composante texturée et ceux avec $\alpha \geq 0$ à la composante non-texturée. Cette décomposition peut s'exprimer comme suit

$$f(x,y) = f_{text}(x,y) + f_{non-text}(x,y) \qquad (11)$$

(a) Image originale (b) Composante non texturée (c) Composante texturée

FIGURE 1 – Exemple de décomposition et de segmentation.

où $f(x,y)$, $f_{text}(x,y)$, $f_{non-text}(x,y)$ dénote l'image originale, la composante texturée et la composante non-texturée.

Après cette classification fondée sur le signe de α, nous considérons un post-traitement composée de trois étapes.

1) Taille de régions :

Dans chacune de sous-bandes $W^{1,2}_{2^j}f$, on trouve des ensembles coefficients spatialement connexes assignés au même composante. Nous assignons à l'autre composante, les ensembles avec un nombre de coefficients inférieur à un seuil donné.

2) Lignes, contours et points isolés :

On remarque que la plupart de coefficients associés aux structures telles que les lignes, les contours et les points isolés sont assignés à la composante texturée. Les modèles de textures ne sont pas adaptés à ces structures. En conséquence, leurs coefficients d'ondelettes doivent être détectés et assignés á la composante non-texturée.

Ces structures ont des coefficients d'ondelette de grande amplitude dans la première sous-bandes de détails $W^{1,2}_{2^j}f, j=1$ par rapport à leur voisinage. Afin de détecter la position (x,y) de ces coefficients, nous réalisons une recherche de maxima locaux en $N_{2^j}f, j=1$.

3) Evolution non-standard de modules d'ondelette :

Dans certains cas, les régions texturées présentent un comportement mixte au niveau de l'évolution de $M_{2^j}f(x,y)$ à travers les échelles (par exemple, le module de l'ondelette croit dans la premier échelle et après décroit dans les échelles suivantes). Dans de tels cas, la classification fondée sur le signe de α fournit une décomposition inachevé. Afin de assigner les coefficients de ces régions à la composante texturée nous appliquons la règle suivante

$$W^{1,2}_{2^j}f(x,y) \in f_{non-text} \Leftrightarrow W^{1,2}_{2^{j+1}}f(x,y) \in f_{non-text} \tag{12}$$

Afin d'effectuer la modélisation, la composante texturée doit être segmentée en plusieurs régions stationnaires qui seront modélisées séparément. Dans le paragraphe suivant nous pressentons un algorithme de segmentation.

4 Segmentation de la composante texturée

A partir de la classification précédente des coefficients, nous générons un masque global qui définie les points de l'image où la composante texturée est détecté. Les points connexes du masque définissent des régions. Ces régions peuvent ne pas être stationnaires.

Nous proposons un algorithme de segmentation opérant dans chacune des régions définies par le masque global.

Pour chaque point d'une région nous obtenons trois attributs, qui correspondent aux valeurs moyennes des modules des coefficients de la TO à l'intérieur de fenêtres d'analyse. Les trois attributs sont calculés dans les sous-bandes représentant les détails horizontaux et verticaux $W^{1,2}_{2^j}f, j=1$ et la sous-bande d'approximation $S_{2^J}f$. Nous avons observés que ces attributs captent bien le changement de statistiques de différentes textures dans une région.

Ces attributs sont alors utilisés en tant que niveau d'intensité. Un seuillage [1] est réalisé sur les images d'intensité issues des attributs. Ensuite, nous réalisons un produit cartésien des images seuillées des trois attributs afin d'obtenir la segmentation de la région.

5 Codage de composantes

Les régions texturés obtenues lors de l'étape de segmentation sont analysées afin de obtenir leur représentation dans les modèles de Wold [3]. Pour les composantes aléatoires nous utilisons le modèle autoregressif (AR) :

$$w(n,m) = \sum_{(0,0)<(k,l)} b(k,l)w(n-k,m-l) + u(n,m), \tag{13}$$

où $\{b(k,l)\}$ sont les paramètres du modèle et $\{u(n,m)\}$ est un bruit blanc de variance σ^2. Pour les composantes périodiques nous utilisons le modèle sinusoïdal :

$$h(n,m) = \sum_{p=1}^{P} \left(C_p cos 2\pi(n\omega_p + m\nu_p) + D_p sin 2\pi(n\omega_p + m\nu_p)\right), \tag{14}$$

(a) Transformée en ondelettes

(b) Wold + ondelettes

FIGURE 2 – Images reconstruites à 0.2 bpp.

où (ω_p, ν_p) sont les frequences spatiales de la p-ième harmonique. Pour le codage de ces composantes, chacun des paramètres de modèles AR et sinusoïdal est tronqué à un nombre à virgule flottant de 8-bit.

Pour le codage de composante non-texturée nous avons utilisé un approche fondée sur les ondelettes. Nous avons utilisé l'algorithme SPIHT proposé par Said et Pearlman [9].

6 Résultats

Dans la figure 1 nous présentons un exemple de décomposition. L'image originale est affiché dans la figure 1(a). Cette image a été décomposée et segmentée à l'aide des algorithmes proposés. Nous obtenons la composante non texturée affichée dans les figure 1(b) et la composante texturée dans la figure 1(c). Nous remarquons que l'algorithme détecte des textures de type aléatoire, comme celles présentes au niveau du sol, mais aussi des textures à fort contenu harmonique comme c'est le cas de la nappe, du pantalon et du foulard. La figure 2(a) présente l'image compressée à l'aide de l'algorithme SPIHT (fondée sur les ondelettes) à un taux de 0.2 bpp. La figure 2(b) presente l'image comprimée à un taux de 0.2 bpp à l'aide de l'approche hybride utilisant l'algorithme SPIHT pour la composante non texturée et les modèles de Wold pour les textures. Nous pouvons observer que dans l'image compressée avec l'approche hybride certains régions texturées (par exemple, au niveau de la nappe), sont moins dégradés que celles de l'image compressée uniquement avec l'approche fondée sur les ondelettes. Dans d'autres cas, les modèles ne sont capables de représenter certains aspects de la région sous analyse (par exemple, le foulard au-dessous du menton).

Références

[1] C.-C Chang and L.-L Wang, "A fast multilevel thresholding method based on lowpass and highpass filtering," Pattern Recognition Letters, vol. 18, No. 14, pp. 1469-1478, December 1997.

[2] K. Debure and T. Kubato, "Autoregressive texture segmentation and synthesis for wavelet image compression," Proceeding of Image and Multidimensional Digital Signal Processing, Alpbach, Austria, pp. 131-134, July 1998.

[3] J. M. Francos, A. Z. Meiri and B. Porat, "A Unified Texture Model Based on a 2-D Wold Like Decomposition," IEEE Trans. Signal Process, vol. 41, pp. 2665-2678, August 1993.

[4] T-C. Hsung, D. Lun, W-C Siu, "Denoising by Singularity detec-tion," IEEE. Trans. Signal Proc., vol. 47, No. 11, pp. 3139-3144, Nov. 1999.

[5] S. Mallat and W. L. Hwang, "Singularity detection and processing with wavelets," IEEE. Trans. Inform. Theory, vol. 38, pp. 617-643, Mar. 1992.

[6] S. Mallat and S. Zhong, "Characterisation of signals from multiscale edges," IEEE. Trans. Pattern. Anal. Machine Intell., vol. 14, pp. 710-732, July 1992.

[7] M. J. Nadenau, J. Reichel, and M. Kunt, Visually improved image compression by combining a conventional wavelet-codec with texture modelling, IEEE Trans. on Image Proc., Vol. 11, No. 11, pp. 1284-1294, Nov. 2002.

[8] T. W. Ryan, D. Sanders, H. D. Fisher, and A. E. Iverson, "Image compression by texture modeling in the wavelet domain," IEEE Transaction on Image Processing, Vol. 5, No. 1, pp. 26-36, 1996.

[9] A. Said and W.A. Pearlman, "A New Fast and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees, "IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, vol. 6., pp. 243–250, June 1996.

[10] J. M. Shapiro, "Embedded image coding using zerotrees fo wavelet coefficients," IEEE Trans. on Signal Proc, vol. 41, Dec. 1993.